

**6.TEMATS VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS**

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

M_12_SP_06_01_P1	<a href="#">Dažādas vienādojumu risināšanas metodes</a>	Skolēna darba lapa
M_12_SP_06_01_P2	<a href="#">Dažādas vienādojumu risināšanas metodes</a>	Skolēna darba lapa
M_12_SP_06_02_P2	<a href="#">Paškontroles tests</a>	Skolēna darba lapa
M_12_LD_06	<a href="#">Maksimālā peļņa</a>	Skolēna darba lapa

---

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

# VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

## TEMATA APRAKSTS

Temats noslēdz vienādojumu un nevienādību apguvi vidusskolā. Svarīgi ir ne tikai prast atrisināt vienādojumu (nevienādību, to sistēmas), bet arī izprast, ko nozīmē atrisināt vienādojumu (nevienādību, to sistēmas), izvērtēt iegūtos atrisinājumus.

Zināšanu paplašināšana un prasmju pilnveidošana temata ietvaros notiek, risinot vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem, kā arī dažādas vienādojumu un nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.

Skolēni, atrisinot dažādus vienādojumus (nevienādības, to sistēmas), izvērtē savu prasmi izmantot apgūtās risināšanas metodes. Prasmes pamatot, formulēt spriedumus un novērtēt izvēlēto problēmas risinājumu veidojas, analizējot un komentējot konkrētus vienādojumu (nevienādību, to sistēmu) risinājumus.

Sastādot un atrisinot vienādojumus (nevienādības, to sistēmas) ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitāro zinātņu, dabaszinātņu vai ģeometrijas problemātikā, skolēni gūst izpratni par matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.

Prasmes modelēt un interpretēt dažādus fizikālus, ķīmiskus un ekonomiskus procesus pilnveidojas, risinot vienādojumus (nevienādības, to sistēmas) ar parametru un atbilstoši kontekstam analizējot rezultātu ticamību.

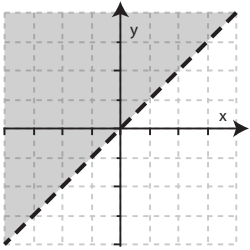
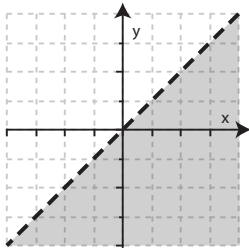


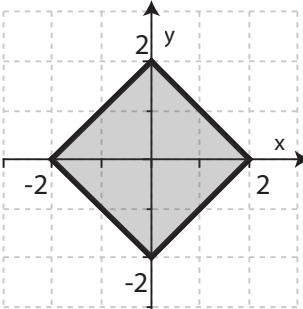
## CEĻVEDIS

## Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu, vienādojumu sistēmu, lieto vienādojumam vienādojumu sistēmu piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes.	Izvērtē iegūtos rezultātus, to ticamību un atbilstību kontekstam, novērtē izvēlēto problēmas risinājumu, iesaka uzlabojumus, piedāvā citus risinājumus.	Iepazīstina ar sava vai grupas darba rezultātiem rakstiski un/vai mutiski, izmantojot dažādus uzskates līdzekļus un ievērojot klausītāju vajadzības.	Saskata matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.
PROGRAMMĀ	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atrisinā vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem.</li> <li>Atrisinā jauktas vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem.</li> <li>Atrisinā nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nosaka vienādojuma un nevienādības atrisinājumus noteiktā skaitļu kopā.</li> <li>Izprot to, ka vienādojumiem, kā reālu procesu modeļiem, atrisinājumu nosaka, ņemot vērā kontekstu.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Izveido apkopojošus prezentācijas materiālus, piemēram, par vienādojumu un nevienādību veidiem, vienādojumu, nevienādību un to sistēmu atrisināšanas metodēm.</li> <li>Strukturēti pieraksta un komentē atrisinājumus vienādojumiem un nevienādībām ar parametru.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Izmanto vienādojumus un nevienādības ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitāro zinātņu, dabaszinātņu, ģeometrijas uzdevumos.</li> </ul>
STUNDĀ	<p><b>Uzdevumu risināšana.</b> <i>SP. Dažādas vienādojumu risināšanas metodes.</i></p> <p><b>Jautājumi un atbildes. Uzdevumu risināšana.</b> <i>SP. Nevienādību sistēmu ar diviem nezināmajiem atrisināšana.</i></p> <p><i>VM. Vienādojumu risināšanas metodes.</i></p>	<p><i>KD. Trigonometriskā vienādojuma atrisinājums dotajā intervālā.</i></p>		<p><b>Situāciju analīze.</b> <i>LD. Maksimālā peļņa.</i></p> <p><i>VM. Lineārā programmēšana.</i></p>

## UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Atrisini vienādojumus, kāpinot vai logaritmējot vienādojuma abas puses.</b>	<p>1. Vienādojuma abas puses logaritmē pie bāzes 2! <math>x^{\log_2 x} = 16</math></p> <p>2. Kādiem nosacījumiem jāizpildās attiecībā uz izteiksmēm <math>f(x)</math> un <math>g(x)</math>, lai vienādojuma <math>f(x)=g(x)</math> abas puses varētu kāpināt kvadrātā!</p> <p>3. Atrisini vienādojumus!</p> <p>a) <math>\sqrt{4x-2}=1</math> b) <math>\sqrt{x+2}=-2</math></p>	<p>Atrisini vienādojumu!</p> <p>a) <math>\sqrt{9-x}=x+3</math> b) <math>x^{\log_5 x-2}=125</math> c) <math>\sqrt{x}=\sqrt[3]{x-2}</math></p>	<p>1. Atrisini vienādojumu! <math>\sqrt{4-4x+x^2}=2-x</math></p> <p>2. Atrisini vienādojumu visām reālajām <math>a</math> vērtībām! <math>\sqrt{x+6}=a</math></p>
<b>Atrisini vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem.</b>	<p>1. Kurā attēlā ir redzams nevienādības <math>y &gt; x</math> atrisinājums? A  B </p> <p>2. Atrodi divus skaitļu pārus, kuri pieder vienādojuma <math>2x-5y=3</math> atrisinājumu kopai! Ko nozīmē atrisināt vienādojumu <math>2x-5y=3</math>?</p> <p>3. Atrodi trīs skaitļu pārus, kuri pieder nevienādības <math>y-2 \geq 2x</math> atrisinājumu kopai!</p>	<p>1. Attēlo koordinātu plaknē nevienādības <math>y &lt; 2x+1</math> atrisinājumu kopu!</p> <p>2. Vienādojuma <math>x-y=4</math> vispārīgais atrisinājums ir skaitļu kopa <math>(x; x-4)</math>, <math>x \in R</math>. Paskaidro ar saviem vārdiem, kas ir šīs kopas elementi!</p> <p>3. Atrisini vienādojumu! <math>2x-5y=3</math></p>	<p>1. Izvērtē atšķirību starp abu nevienādību atrisinājumiem! <math>y &lt; \frac{1}{x}</math> un <math>xy &lt; 1</math></p> <p>2. Atrisini vienādojumu!</p> <p>a) <math>x^2+(y-1)^2=0</math> b) <math>(x-3) \cdot (y-4)=0</math></p>
<b>Atrisini jauktas vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem.</b>	<p>Atrisini doto sistēmu ar ievietošanas un saskaitīšanas paņēmieni!</p> $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ x+3y=12 \end{cases}$	<p>Atrisini vienādojumu sistēmu!</p> <p>a) <math>\begin{cases} 9^{x-y}=81 \\ x+y=6 \end{cases}</math> b) <math>\begin{cases} 4^x \cdot 0,5^{-y}=16 \\ \log_2(x+y)^2=2\log_2 3 \end{cases}</math></p>	<p>Atrisini vienādojumu sistēmu!</p> <p>a) <math>\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos 2x = 1 \end{cases}</math> b) <math>\begin{cases} (x-y) \cdot xy = 30 \\ (x+y) \cdot xy = 120 \end{cases}</math></p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Atrisini nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.</b>	<p>Nosauc trīs skaitļu pārus, kas pieder dotās nevienādību sistēmas atrisinājumu kopai!</p> $\begin{cases} y \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$	<p>Atrisini nevienādību sistēmu!</p> $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq x - 2 \end{cases}$	<p>Izveido nevienādību vai nevienādību sistēmu ar diviem mainīgajiem, ja dots tās atrisinājums (zīmējums)!</p> 
<b>Izveido apkopjošus prezentācijas materiālus, piemēram, par vienādojumu un nevienādību veidiem, vienādojumu, nevienādību un to sistēmu atrisināšanas metodēm.</b>	<p>1. Izveido piemērus dotajiem vienādojumu vai nevienādību veidiem!</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Eksponentnevienādība</li> <li>b) Logaritmisks vienādojums</li> <li>c) Daļveida nevienādība</li> <li>d) Trigonometrisks vienādojums</li> </ul> <p>2. Kas kopīgs dotajām nevienādībām?</p> $x^4 - 3x^2 + 2 < 0$ $25^x + 12 \cdot 5^x + 35 \leq 0$ $\log_2^2 x - \log_2(16x^3) > 0$	<p>Izveido apkopjošu prezentācijas materiālu par pamatskolā un vidusskolā apgūto vienādojumu veidiem!</p>	<p>Aplūkojot visus tev zināmos vienādojumu veidus, izveido pārskatu par gadījumiem, kad vienādojumiem nav sakņu!</p>

---

---

---

---

---

---

---

---

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Novērtē apgūto metožu (sadališana reizinātājos, substitūciju un grafisko metodi) pielietojuma iespējas konkrētu vienādojumu un nevienādību atrisināšanā.</b>	<p>1. Ar kuru metodi – sadališanu reizinātājos, substitūciju, grafisko – izdevīgāk atrisināt dotos vienādojumus un nevienādības? <i>Tie NAV jārisina!</i></p> <p>a) <math>y^3+7y^2+y+7=0</math></p> <p>b) <math>25^x+12\cdot 5^x+35\leq 0</math></p> <p>c) <math>x=\log_2 x</math></p> <p>2. Reducē dotos vienādojumus un nevienādības par algebriskām, izmantojot piemērotu substitūciju! <i>Vienādojums/nevienādība NAV jārisina!</i></p> <p>a) <math>\log_5^2 x - \frac{2}{5} \log_5 x = -\frac{1}{25}</math></p> <p>b) <math>x^4 - 3x^2 + 2 &lt; 0</math></p> <p>c) <math>2^x + \frac{1}{2^x} &lt; 0</math></p>	<p>1. Atrisini vienādojumu vai nevienādību!</p> <p>a) <math>3^x + 3^x \cdot \cos x = 0</math></p> <p>b) <math>\frac{2^x \cdot x^2 - 2x^2}{25} = 0</math></p> <p>c) <math>-x + 3 &gt; \log_2 x</math></p> <p>d) <math>\log_2^2 x - \log_2(16x^3) = 0</math></p> <p>e) <math>\left(\frac{1}{9}\right)^x - 7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 10 &lt; 0</math></p> <p>f) <math>b^4 - 16 &lt; 0</math></p> <p>2. Nosaki dotā vienādojuma sakņu skaitu! <i>Vienādojumi NAV jārisina!</i></p> <p>a) <math>x^3 = \log_2 x</math></p> <p>b) <math>\frac{1}{x} = \log_5 x</math></p> <p>c) <math>\cos x = -x</math></p>	<p>1. Atrisini doto vienādojumu ar vismaz divām metodēm! Kura no metodēm Tev šķiet piemērotāka? Kāpēc?</p> $4^x = 2^x + 2$ <p>2. Pierādi, ka vienādojumam <math>2^x \cdot \sin x + 2^{x+1} + 4 \sin x = -8</math> nav atrisinājuma!</p> <p>3. Dots vienādojums <math>\sin x = ax</math>.</p> <p>a) Nosaki kādu <math>a</math> vērtību, ar kuru vienādojumam ir viena sakne!</p> <p>b) Nosaki kādu <math>a</math> vērtību, ar kuru vienādojumam ir trīs saknes!</p> <p>c) Vai eksistē <math>a</math> vērtība, ar kuru vienādojumam ir piecas saknes?</p>
<b>Nosaka vienādojuma un nevienādības atrisinājumus noteiktā skaitļu kopā.</b>	<p>1. Uzraksti visus nevienādības <math>x^2 - 4 &lt; 0</math> veselos atrisinājumus!</p> <p>2. Attēlo vienādojuma <math>\operatorname{tg} x = 1</math> atrisinājumus uz vienības riņķa līnijas! Uzraksti atrisinājumus, kuri atrodas:</p> <p>a) pirmajā kvadrantā;</p> <p>b) trešajā kvadrantā!</p>	<p>1. Atrisini vienādojumu <math>\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>, nosaki saknes intervālā <math>[-\pi; \pi]</math>!</p> <p>2. Nosaki nevienādības <math>\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} &lt; \frac{27}{64}</math> naturālos atrisinājumus!</p>	<p>1. Nosaki visus tos <math>(x; y)</math> pārus, kuri ir dotā vienādojuma atrisinājumi, ja <math>x</math> ir vesels nepozitīvs skaitlis, bet <math>y</math> ir naturāls skaitlis!</p> $15y - 8x = 76$ <p>2. Atrisini vienādojumu <math>x^2 - y^2 = 2</math> veselo skaitļu kopā!</p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Strukturēti pieraksta un komentē atrisinājumus vienādojumiem un nevienādībām ar parametru.</b>	<p>1. Vienādojumu <math>ax=2</math>, kur <math>a</math> – parametrs, var uztvert kā vairāku vienādojumu kopu.</p> <p>a) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kura sakne ir pozitīvs skaitlis!</p> <p>b) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kura sakne ir negatīvs skaitlis!</p> <p>c) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kuram nav sakņu!</p> <p>2. Nosauc vienu parametra <math>a</math> vērtību, ar kuru nevienādības atrisinājums ir tukša kopa! <math>x^2 &lt; a</math></p>	<p>1. Atrisini vienādojumus visām parametra <math>a</math> vērtībām! Veido pilnu atbildes pierakstu, izmantojot formu: <i>Ja a ....., tad x .....</i></p> <p>a) <math>(a+2)x=6</math></p> <p>b) <math>3^x=a-2</math></p> <p>c) <math>x^2-8x+2a=0</math></p> <p>d) <math> x-a =a+2</math></p> <p>2. Atrisini nevienādības visām parametra <math>m</math> vērtībām! Veido atbildes pierakstu, izmantojot skaitļu asi <math>m</math>!</p> <p>a) <math>2^x &gt; m+1</math></p> <p>b) <math>(m^2-4)x &gt; (m+2)(m-3)</math></p> <p>c) <math>2mx^2 - m^2 &gt; 0</math></p>	<p>Izvērtē un komentē, kādas zināšanas nepieciešamas, lai atrisinātu doto nevienādību ar parametru <math>k</math>! Kādus gadījumus atkarībā no <math>k</math> vērtības jāapskata?</p> <p>a) <math>(k-4) \cdot x &gt; 4</math></p> <p>b) <math>\sin x &lt; k-1</math></p> <p>c) <math> x+k  &gt; k</math></p>
<b>Izprot to, ka vienādojumiem, kā reālu procesu modeļiem, atrisinājumus nosaka, ņemot vērā kontekstu.</b>	<p>Pabeidz teikumus!</p> <p>a) Ja ar nezināmo ir apzīmēts trijstūra malas garums, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p> <p>b) Ja ar nezināmo ir apzīmēts krēslu skaits zālē, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p> <p>c) Ja ar nezināmo apzīmēts skaitlis, kas raksturo katetes attiecību pret hipotenūzu, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p>	<p>1. Četru cilvēku ģimene plāno vairākas dienas pavadīt kempingā pie ezera. Šim pasākumam viņi ir atvēlējuši Ls 160. Ceļš turp un atpakaļ visiem kopā izmaksā Ls 10. Uzturēšanās kempingā vienam cilvēkam maksā pieci lati diennaktī. Kopīgie ģimenes tēriņi ēšanai un citiem izdevumiem tiek plānoti 15 lati dienā. Aprēķini, kādu lielāko skaitu dienu viņi varēs dzīvot kempingā par ielānoto naudu?</p> <p>2. Vairāki skolēni vienā dienā kopā nopelnīja Ls 39. Skolēni nolēma šo summu sadalīt visiem vienādi. Ja skolēnu būtu par 4 mazāk un katrs saņemtu par 60 santīmiem vairāk, tad visi skolēni kopā saņemtu Ls 35,2. Cik skolēnu strādāja?</p>	<p>Darbs grupai.</p> <p>Izveidojiet pārskatu par situācijām vai uzdevumu veidiem, pēc kuru atrisināšanas jāpārlicinās par iegūto atbilžu atbilstību uzdevuma saturam!</p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Izmanto vienādojumus un nevienādības ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitārozinātņu, dabaszinātņu, ģeometrijas uzdevumos.</b>	<p>Sastādi vienādojumu vai vienādojumu sistēmu! Taisnstūra perimetrs ir 15 cm, bet laukums ir 14 cm<sup>2</sup>. Aprēķini taisnstūra malas!</p> <p>Dotā trijstūra pamats ir par 2 cm garāks nekā pret to vilktais augstums. Ja pamatu saīsinātu par 4 cm, bet augstumu pagarinātu par 4 cm, tad trijstūra laukums samazinātos par 4 cm<sup>2</sup>. Aprēķini dotā trijstūra pamatu un augstumu!</p>	<p>1. Firma gribēja iegādāties vairākus virtuves kombainus par kopējo summu Ls 720. Tā kā viena kombaina cena tika samazināta par Ls 24, tad firma varēja nopirkt par vienu virtuves kombainu vairāk. Cik virtuves kombainus firma iegādājās?</p> <p>2. Brīvās krišanas paātrinājums uz Marsa ir 3,92 m/s<sup>2</sup>. Cik ilgā laikā uz Marsa nokritīs ķermenis no 250 m augstuma? Salīdzini iegūto rezultātu ar laiku, kādā nokritīs ķermenis uz Zemes no 250 m augstuma!</p> <p>Izmanto formulu <math>s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0</math>,</p> <p>kur <math>s_0</math> – sākuma augstums,  <math>s</math> – beigu augstums,  <math>v_0=0</math> – sākuma ātrums!</p>	<p>Uzņēmumā produkciju ražo ar divām dažādām tehnoloģijām. Ražošanas izmaksu atkarība no produkcijas vienību skaita ir lineāra funkcija. Izmantojot pirmo tehnoloģiju, 30 produkcijas vienību ražošanai ir nepieciešami Ls 23 000, bet 40 produkcijas vienību ražošanai nepieciešami Ls 27000. Izmantojot otro tehnoloģiju, 20 produkcijas vienību ražošanai ir nepieciešami Ls 25000, bet 30 produkcijas vienību saražošanai ir nepieciešami Ls 26000. Nosaki abu tehnoloģiju ražošanas izmaksu funkcijas! Noskaidro, kad ekonomiski izdevīgāka ir pirmā tehnoloģija!</p>



# DAŽĀDAS VIENĀDOJUMU RISINĀŠANAS METODEDES

## Uzdevumi darba grupām

### 1. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$x^2 - x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$$

### 2. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sqrt{x} - 2^x \cdot \sqrt{x} = 0$$

### 3. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$2^x + \frac{1}{2^x} - 2 = 0$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$|x| \cdot \operatorname{ctgx} - \operatorname{ctgx} = 0$$

### 4. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{4x^2 - 3x} + 4x^2 - 3x = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sin x - \cos x \sin x = 0$$

### 5. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{|x+1|} + |x+1| = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\operatorname{tg} x \cdot \log_2 x - \operatorname{tg} x = 0$$

### 6. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sin x - 2^x \cdot \sin x = 0$$

Vārds .....

uzvārds .....

klase .....

datums .....

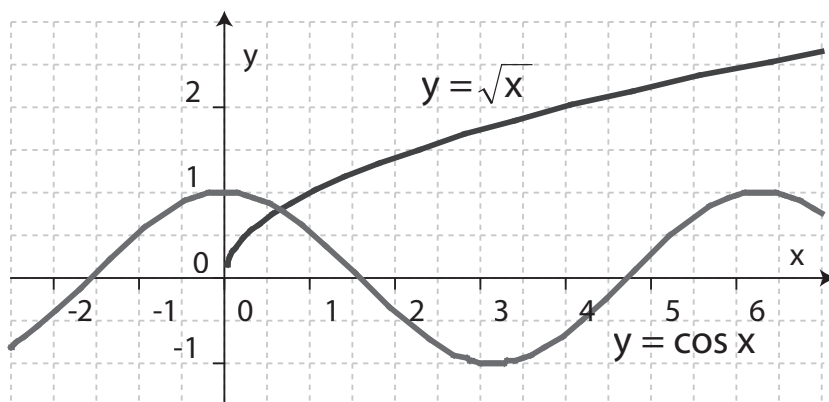
## DAŽĀDAS VIENĀDOJUMU RISINĀŠANAS METODES

### Uzdevums

Doti 3 vienādojumi formā  $f(x)=g(x)$ , kuriem noskaidrots sakņu skaits. Iepazīsties ar risinājumiem un uzraksti vismaz 3 secinājumus par vienādojumu atrisināšanas metodēm, to izmantošanu un iespējamajām problēmām!

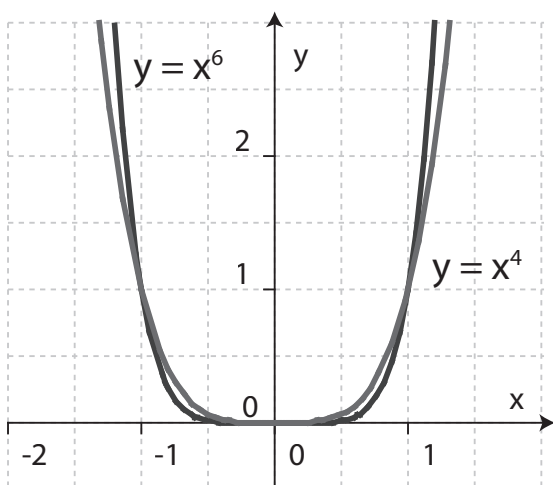
- a) Cik sakņu ir vienādojumam  $\sqrt{x}=\cos x$ ?

Konstruējot šo funkciju grafikus vienā koordinātu plaknē, redzams, ka vienādojumam ir viena sakne, pie tam intervālā  $[0;1]$ .



- b) Nosaki vienādojuma sakņu skaitu  $x^6-x^4=0$ !

No zīmējuma, kurā attēloti abu šo funkciju grafiki, kopīgo punktu (sakņu) skaitu noteikt ir apgrūtināši. Vai nu jāizvēlas atbilstošāks vienības nogrieznis, vai papildus jāizmanto vēl citas šo funkciju īpašības.



Šo vienādojumu viegli atrisināt algebriski

$$x^4(x^2-1)=0$$

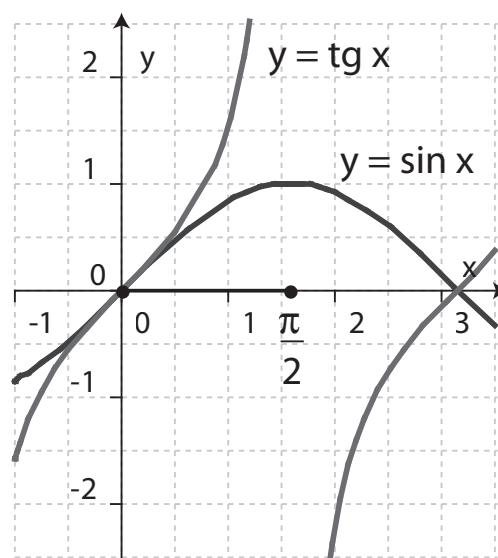
$$x^4=0 \quad x^2-1=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=-1 \quad x_3=1$$

Vienādojumam ir 3 saknes.

a) Nosaki vienādojuma  $\sin x = \operatorname{tg} x$  sakņu skaitu intervālā  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ !

No zīmējuma, kurā attēloti abu šo funkciju grafiki, kopīgo punktu (sakņu) skaitu noteikt ir apgrūtināši.



Uzdevumu var risināt arī algebriski.

Vienādojumam ir viens atrisinājums.

$$\sin x = \operatorname{tg} x$$

$$\sin x - \operatorname{tg} x = 0$$

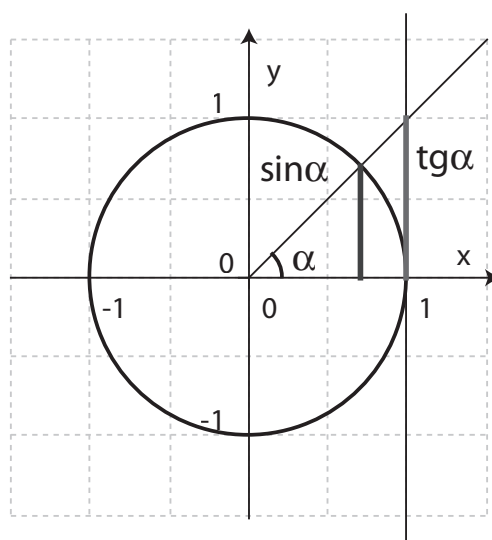
$$\sin x \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \cos x = 1$$

$$x = 0 \quad x = 0$$

Noteikt sakņu skaitu šim vienādojumam var arī, izmantojot vienības riņķi un norādot tajā lielumus  $\sin \alpha$  un  $\operatorname{tg} \alpha$ .

No vienības riņķa redzams, ka katram šauram leņķim  $\alpha$ , izņemot gadījumu, kad  $\alpha = 0$ ,  $\sin \alpha < \operatorname{tg} \alpha$ . Tas nozīmē, ka vienādojumam  $\sin x = \operatorname{tg} x$  ir tikai viena sakne.



Vārds

uzvārds

klase

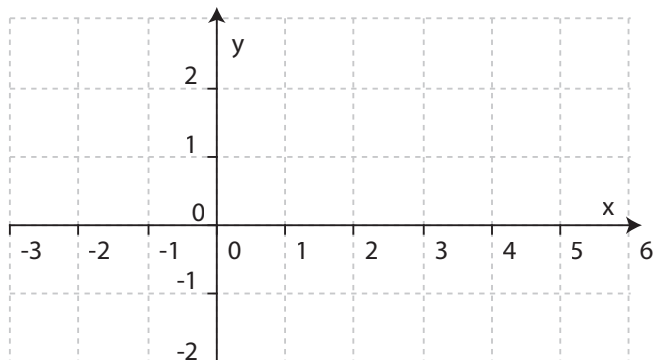
datums

**A variants**

**1. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas atrisinājumu kopu! Vai punkts  $A(-2;2)$  pieder sistēmas atrisinājumu kopai?

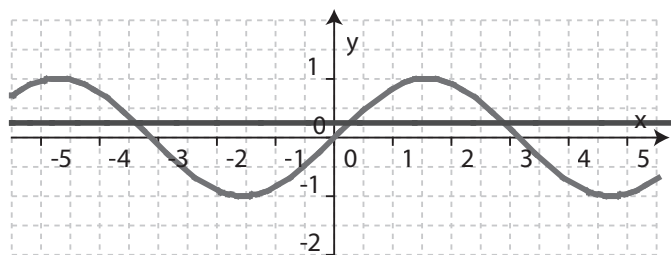
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x < 4 \end{cases}$$



**2. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas

$$\begin{cases} y \leq \sin x \\ y \geq \frac{1}{4} \end{cases} \text{ atrisinājumu kopu!}$$



**B variants**

**1. uzdevums**

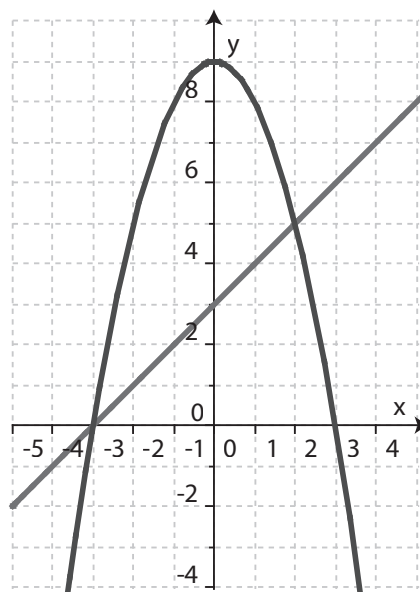
Uzraksti nevienādību sistēmu, kuras atrisinājums ir:

- a) koordinātu plaknes III kvadrants,
- b) koordinātu plaknes IV kvadrants!

**2. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas

$$\begin{cases} y \geq x+3 \\ y < 9-x^2 \end{cases} \text{ atrisinājumu kopu!}$$



Vārds .....

uzvārds .....

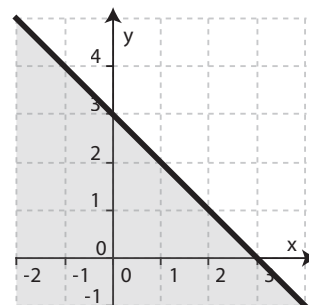
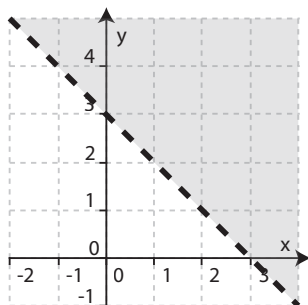
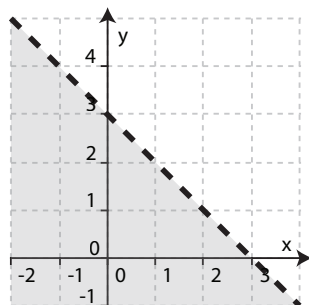
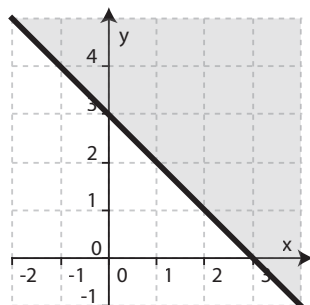
klase .....

datums .....

# PAŠKONTROLES TESTS

## 1. uzdevums

Kurā attēlā iekrāsots nevienādības  $y \leq -x + 3$  atrisinājums? Apvelc to!



## 2. uzdevums

Kur atrodas plaknes daļa, kas ir nevienādības  $2x - y > 2$  atrisinājums? Pasvītro atbildi!

Virš taisnes  $y = 2x - 2$ .

Zem taisnes  $y = 2x - 2$ .

Virš taisnes  $y = -2x + 2$ .

Zem taisnes  $y = -2x + 2$ .

## 3. uzdevums

Kuras nevienādības atrisinājumu kopā ietilpst arī visi taisnes  $y = 4x + 1$  punkti? Apvelc atbildi!

$y > 4x + 2$

$y < 4x + 1$

$y > 4x$

$y > 4$

## 4. uzdevums

Kurš no dotajiem koordinātu plaknes punktiem ir viens no nevienādības  $y \leq -2x + 3$  atrisinājumiem? Apvelc atbildi!

(0, 4)

(1, 0)

(3, -2)

(5, -2)

## 5. uzdevums

Kuras nevienādību sistēmas viens no atrisinājumiem ir punkts (0; 0)? Apvelc atbildi!

$$\begin{cases} y \geq 2^x \\ y < 5x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < \sin x \\ y \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -5 - x \\ y < 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -5 - x \\ y < \sin x \end{cases}$$

Vārds

uzvārds

klase

datums

## MAKSIMĀLĀ PEĻŅA

### Uzdevums

Kāda firma izgatavo stacionārus un pārnēsājamus televizorus. Katra televizora izgatavošanai tiek izmantoti trīs darbagaldi A, B un C. Tabulā apkopota informācija par to, cik stundu nepieciešams katra televizora montāžai uz katra no darbagaldiem.

Darbagalds	Viena televizora izgatavošanai nepieciešamais stundu skaits		Atļautais darbagalda izmantošanas stundu skaits diennaktī
	Stacionārs TV	Pārnēsājams TV	
A	1 h	2 h	16
B	1 h	1 h	9
C	4 h	1 h	24

Firmas peļņa par katru saražoto stacionāro televizoru ir 60 Ls, bet par katru pārnēsājamo televizoru – 40 Ls. Cik katra veida televizoru firmai jāsarāžo vienas diennakts laikā, lai peļņa būtu vislielākā?

### Lielumi

Neatkarīgie lielumi –

Atkarīgais lielums –

Fiksētie lielums –

### Darba gaita

**Aprēķinu veikšana, iegūto rezultātu reģistrēšana** (uz papildu darba lapas)

### Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

Patstāvīgi iepazīsties ar skolotāja piedāvāto šī uzdevuma risinājumu, salīdzini to ar savu risinājumu un rezultātiem!

## LINEĀRĀS PROGRAMMĒŠANAS ELEMENTU IZMANTOŠANA

Lineārā programmēšana ir nosacīti jauna matemātikas nozare, kas meklē labāko problēmas atrisinājumu, izmantojot matemātiskas metodes. Šo nozari attīstīja matemātiķis Georgs Dancigs (*George Dantzig*) II pasaules kara laikā, lai uzlabotu liela mēroga militāro plānošanu. Ap 1950. gadu šo metodi sāka izmantot praktiskai plānošanai un prognozēšanai. Šodien daudzas problēmas tiek atrisinātas, izmantojot lineāro programmēšanu un datoru iespējas.

### Uzdevums

Kāda neliela kompānija izgatavo stacionārus un pārnēsājamus televizorus, lietojot trīs dažādus darbagaldus: A, B un C. Tabulā ir apkopota informācija, cik stundu katram no darbagaldiem nepieciešamas pārnēsājamā vai stacionārā televizora pagatavošanai diennaktī.

Darbagalds	Stacionārs TV	Pārnēsājams TV	Atļautais darbagalda izmantošanas stundu skaits diennaktī
A	1 h	2 h	16
B	1 h	1 h	9
C	4 h	1 h	24

Firmas peļņa par katru saražoto stacionāro televizoru ir 60 Ls, bet par katru pārnēsājamo televizoru – 40 Ls. Cik katra veida televizoru firmai jāsarāžo vienas diennakts laikā, lai peļņa būtu vislielākā?

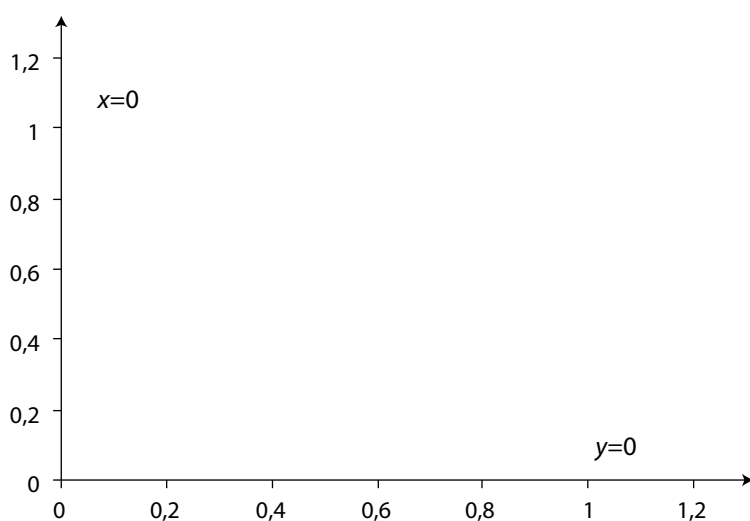
### Atrisinājums

Ar  $x$  apzīmē stacionāro televizoru skaitu, bet ar  $y$  – pārnēsājamo televizoru skaitu. Tad nosacījumus katram no darbagaldiem var aprakstīt, izmantojot nevienādības:

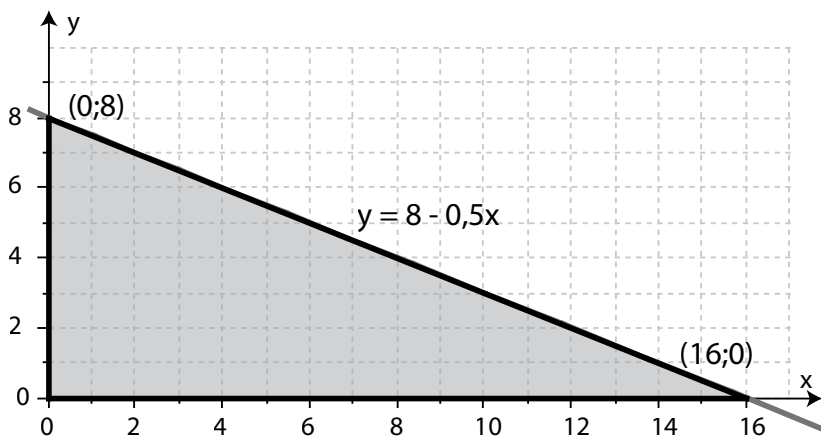
- $x \geq 0$ , jo televizoru skaits nevar būt negatīvs.
- $y \geq 0$ , jo televizoru skaits nevar būt negatīvs.
- $x + 2y \leq 16$ , šī nevienādība raksturo laiku darbagalda A izmantošanai, ja uz tā ražo  $x$  viena veida un  $y$  otra veida televizorus (uz darbagalda A var pagatavot stacionāro televizoru vienā stundā, bet pārnēsājamo 2 stundu laikā, un to var izmantot ne vairāk kā 16 stundas diennaktī).
- $x + y \leq 9$ , jo uz darbagalda B var pagatavot stacionāro televizoru vienā stundā un pārnēsājamo arī vienas stundas laikā, un to var izmantot ne vairāk kā 9 stundas diennaktī.
- $4x + y \leq 24$ , par darbagalda C izmantošanu (sk. 3. un 4. risinājuma soli).

Lai atrastu visus iespējamus atrisinājumus, interpretē katru no nevienādībām grafiski.

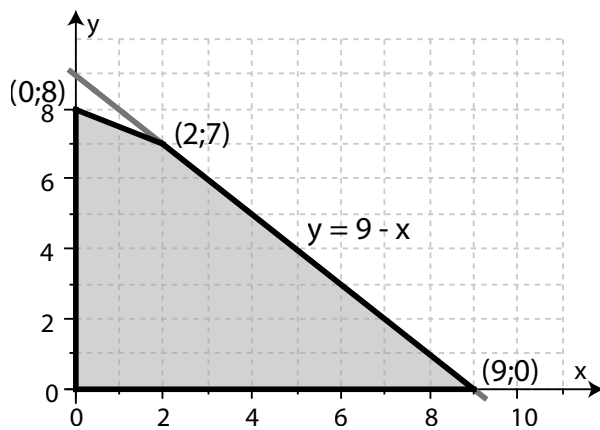
Vispirms attēlo pirmās divas nevienādības.



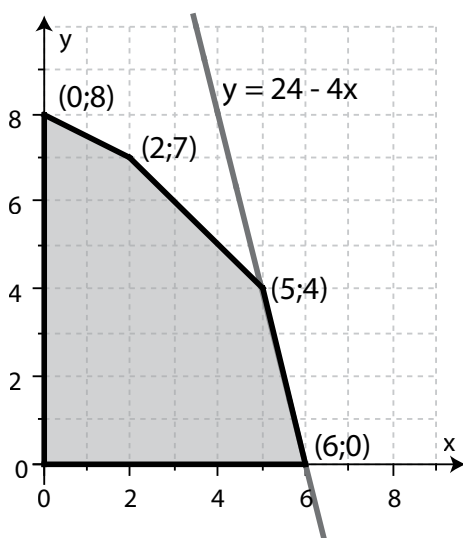
Tad no trešās nevienādības izsaka  $y$  ( $y \leq 8 - 0,5x$ ), konstruē taisni koordinātu plaknē un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.



No ceturtās nevienādības izsaka  $y$  un konstruē tajā pašā koordinātu plaknē taisni un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.



No piektās nevienādības izsaka  $y$  un konstruē tajā pašā koordinātu plaknē taisni un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.



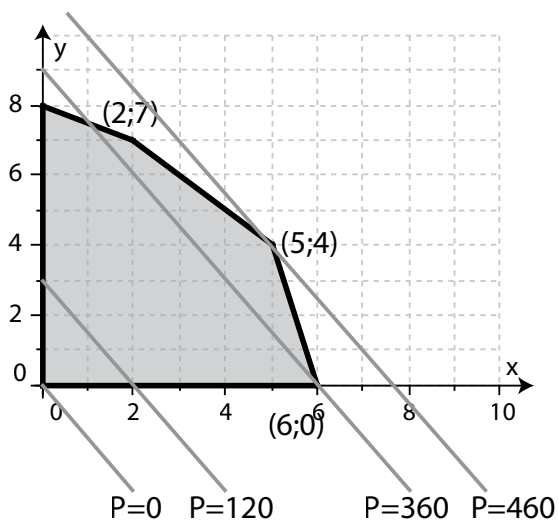
Jebkurš punkts, kas atrodas koordinātu sistēmas iekrāsotajā daļā, var būt iespējamais atrisinājums.



Peļņu var aprakstīt ar funkciju:  $P(x,y)=60x+40y$  (Ls). Mainīgo  $x$  un  $y$  vietā ievietojot skaitļus (skaitļu pārus) no iekrāsotā apgabala, iegūst dažādas peļņas.

Iespējamās  $P$  vērtības varētu būt 0, 40, 60, 80, 100, 120, ...

Ja aplūko visas atbilstošās vienādības  $60x+40y=0$ ,  $60x+40y=40$ , ... un to grafiskās interpretācijas (taisnes), var ievērot, ka tās visas ir paralēlas un uz katras no šīm taisnēm esošo punktu  $x$  un  $y$  koordinātas dod vienu un to pašu  $P$  vērtību.



Spriežot pēc zīmējuma, vislielākā peļņa būs 460 Ls, ja  $x=5$  un  $y=4$ . Tātad, lai iegūtu maksimālu peļņu, diennaktī jāsarāžo 5 stacionārie televizori un 4 pārnēsājamo televizori.